

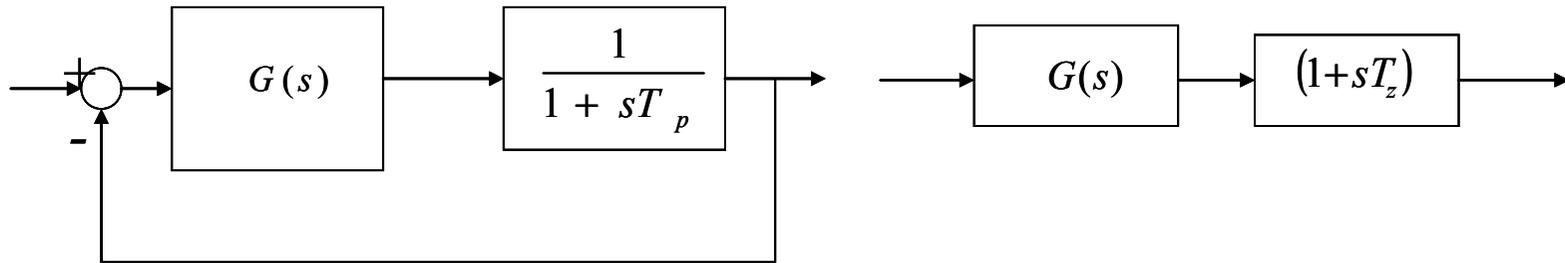
Capítulo 7: Sistemas de orden superior

carlos.platero@upm.es (C-305)

Capítulo 7: Sistemas de orden superior

► Objetivos de la lección

- Influencia en la adición de polos y ceros
 - En la cadena abierta
 - En serie

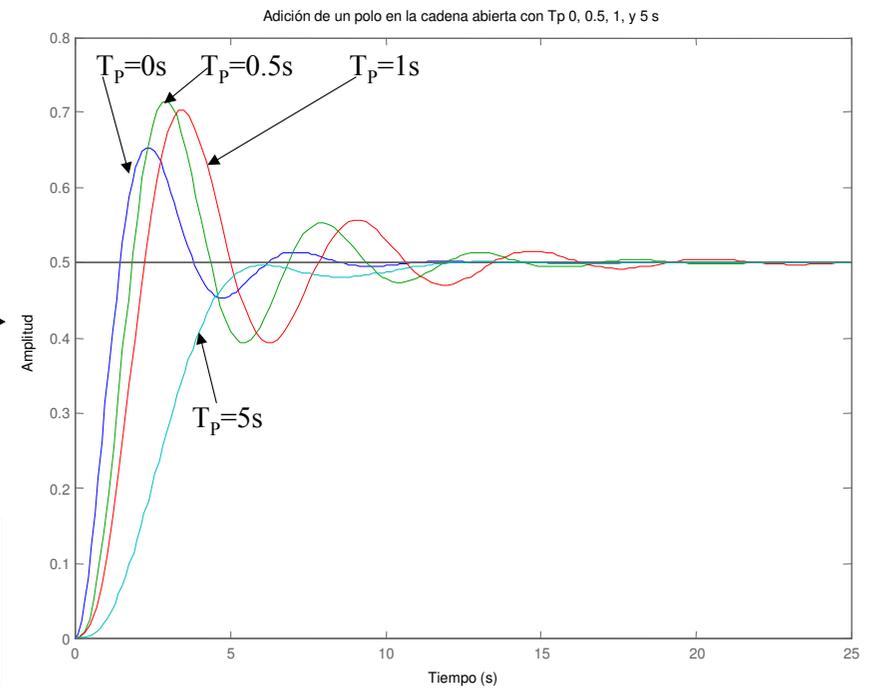
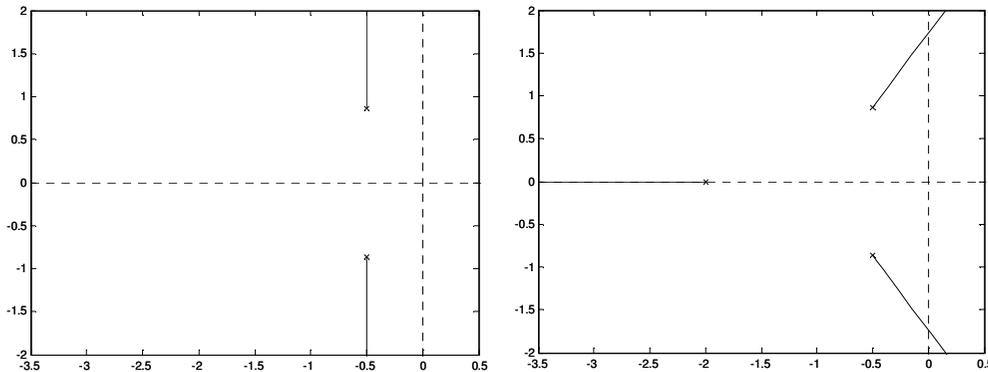
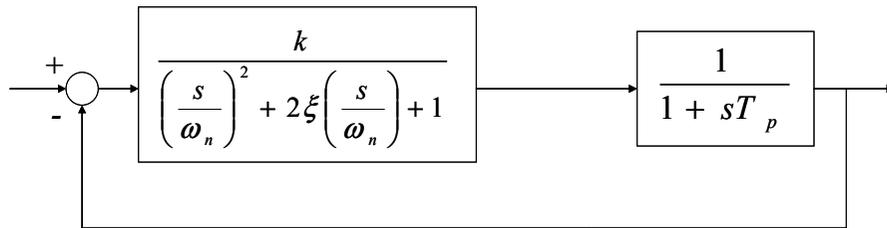


- Sistemas equivalente reducido

Adición de un polo en la cadena abierta

- ▶ Los polos de la C.A. hacen alejar las ramas del LDR

$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$

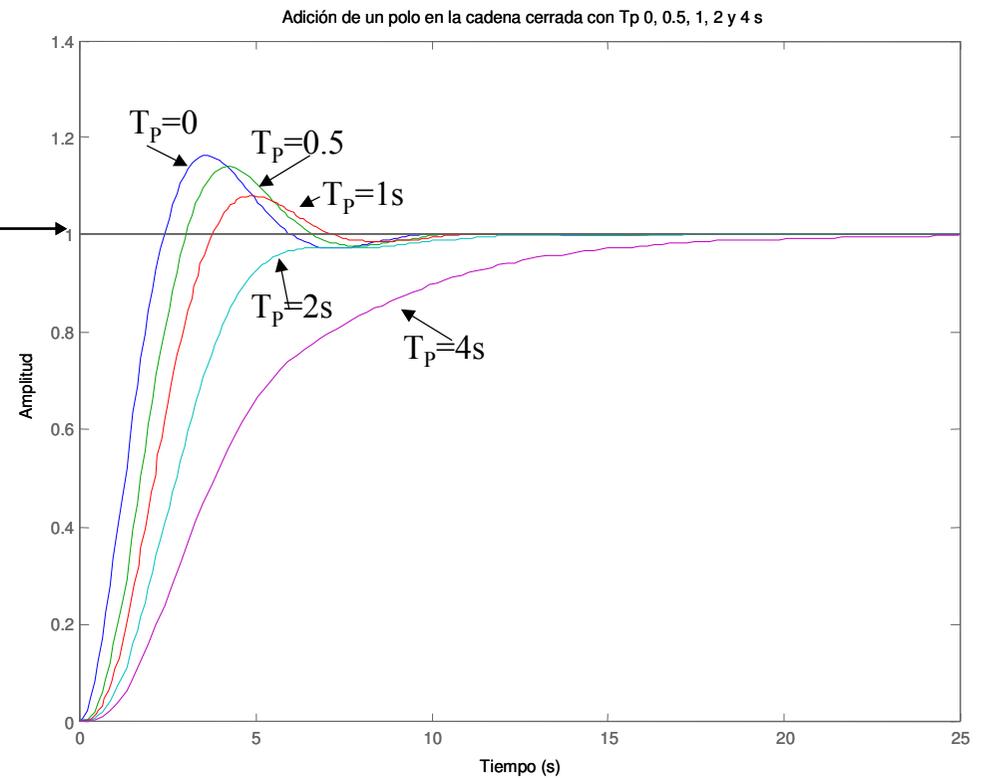
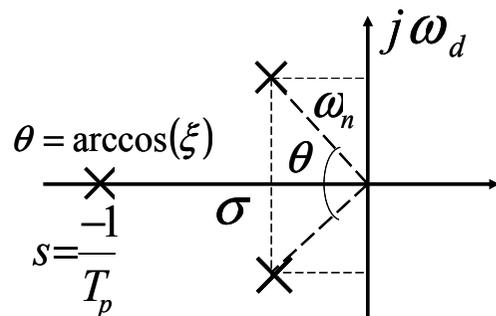
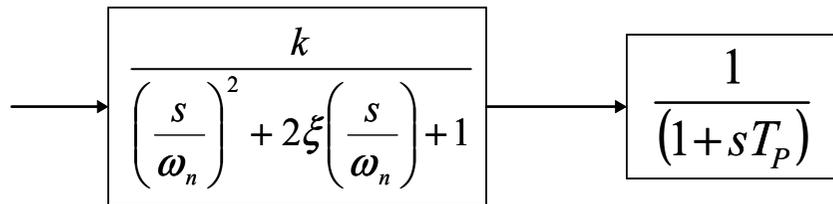


%Herramienta de Matlab
rltool(tf(1,[1 1 1]))

Adición de un polo en serie

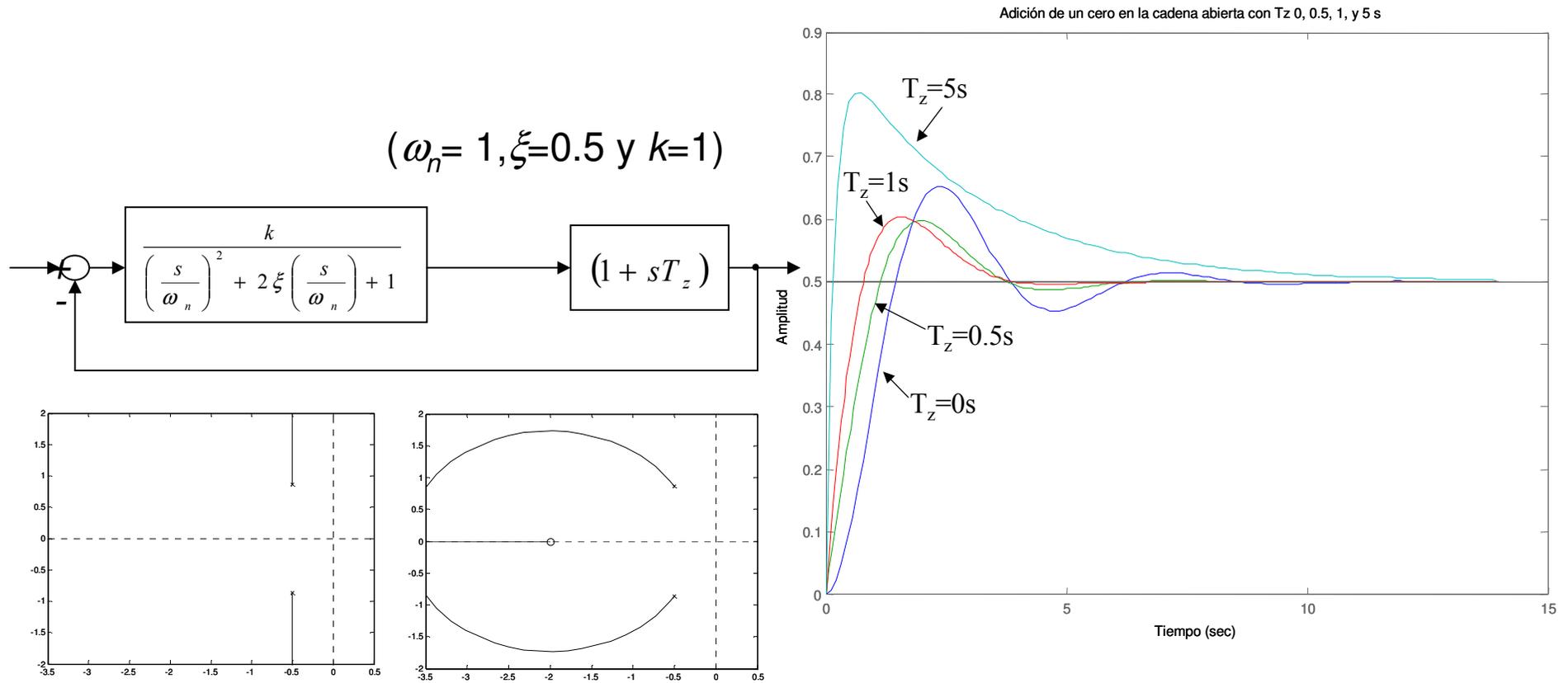
- ▶ Los polos en serie son filtros paso-bajo

$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$



Adición de un cero en cadena abierta

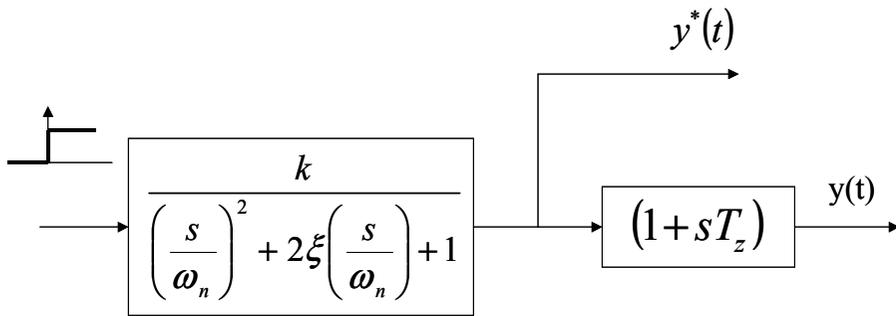
- ▶ Los ceros de la C.A. hacen atraer las ramas del LDR



```
%Herramienta de Matlab  
rltool(tf(1,[1 1 1]))
```

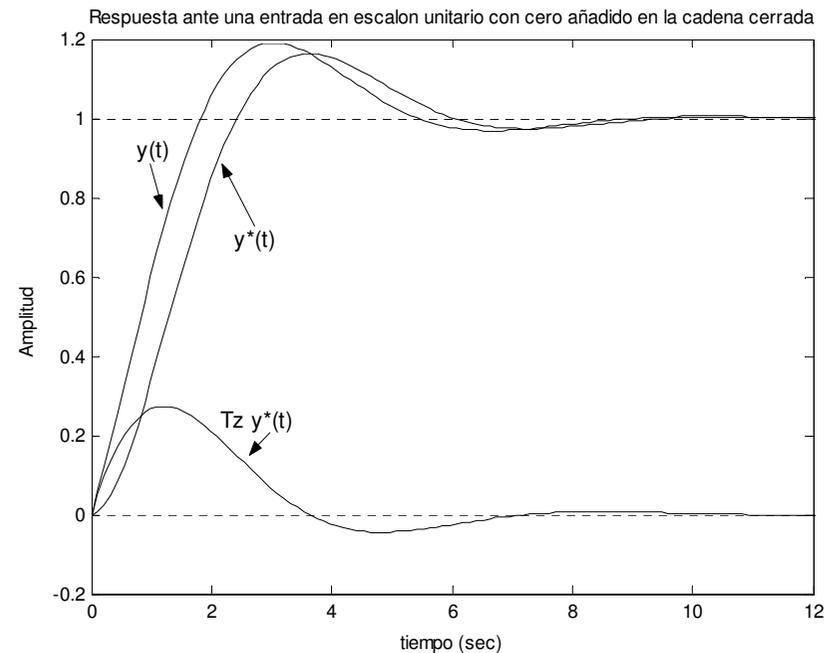
Adición de un cero en serie

- ▶ Los ceros en serie tienen carácter predictivo



$$Y(s) = \frac{1}{s} \left[\frac{k}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} + T_z \frac{s \cdot k}{\left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2 + 2\xi\left(\frac{s}{\omega_n}\right) + 1} \right]$$

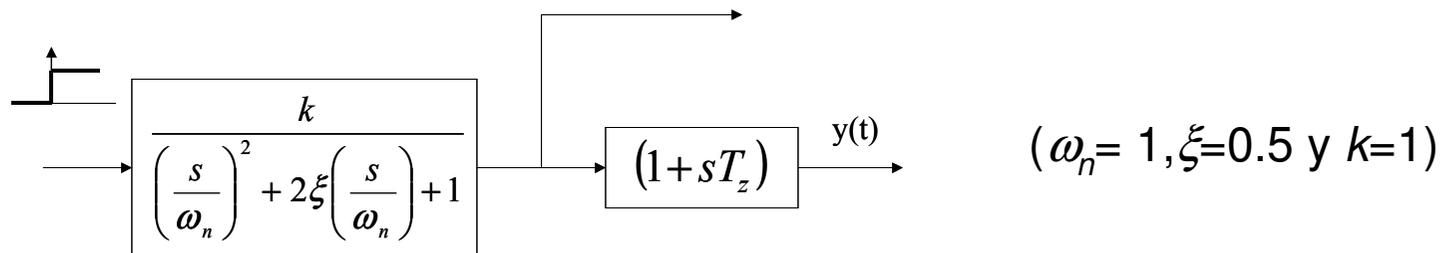
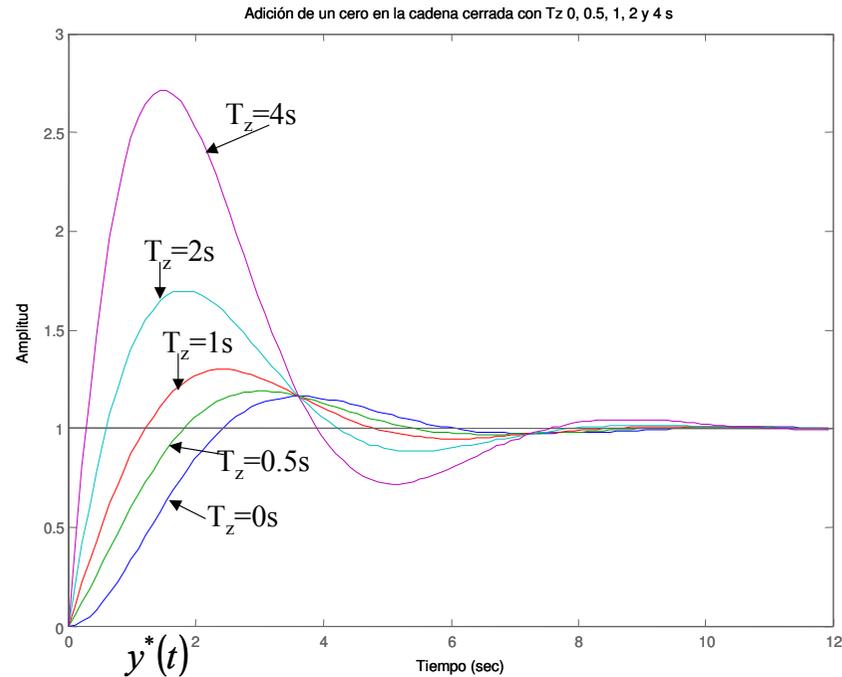
$$y(t) = y^*(t) + T_z \dot{y}^*(t)$$



$$(\omega_n = 1, \xi = 0.5 \text{ y } k = 1)$$

Adición de un cero en serie

- ▶ Los ceros en serie tienen carácter predictivo



Ejemplo

- ▶ Dibujar la respuesta aproximada al escalón unitario de estos dos sistemas

$$G_1(s) = \frac{3(s+5)}{(s^2+2s+5)(s+3)}$$

$$G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2+20s+15)}$$

- ▶ I) $s_{1,2} = -1 \pm j2$ $G_{eq}(s) \approx \frac{3k^*}{s^2+2s+5} \Rightarrow Y_{eq}(0) = \frac{3 \cdot k^*}{5} = Y_1(0) = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 3} = 1 \Rightarrow G_{eq}(s) \approx \frac{5}{s^2+2s+5}$

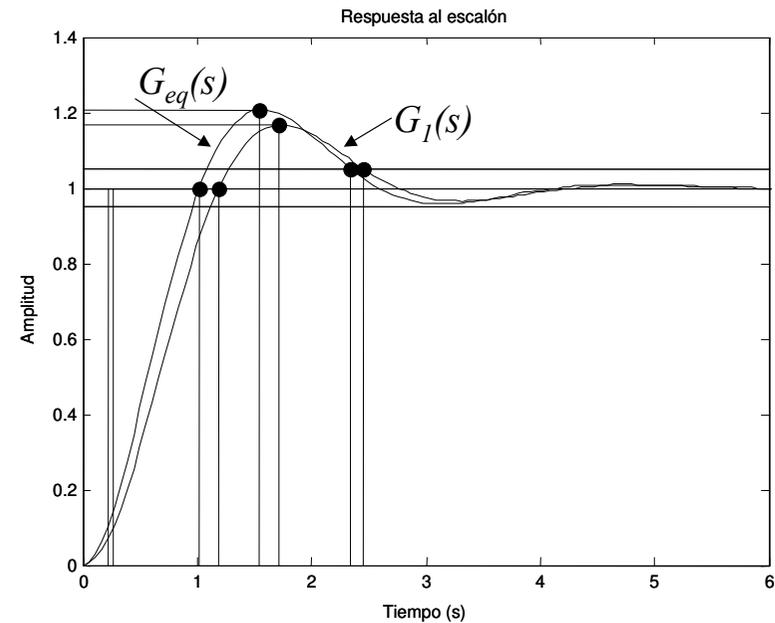
$$t_s = \frac{\pi}{\sigma} = \pi$$

$$t_p = \frac{\pi}{2} = 1.57s$$

$$\vartheta = \arctg 2 = 1.1 \text{ rad}$$

$$t_r = \frac{\pi - \vartheta}{2} = 1s$$

$$M_p = e^{-\pi/2} = 0.2079 \Leftrightarrow 20.79\%$$



Ejemplo

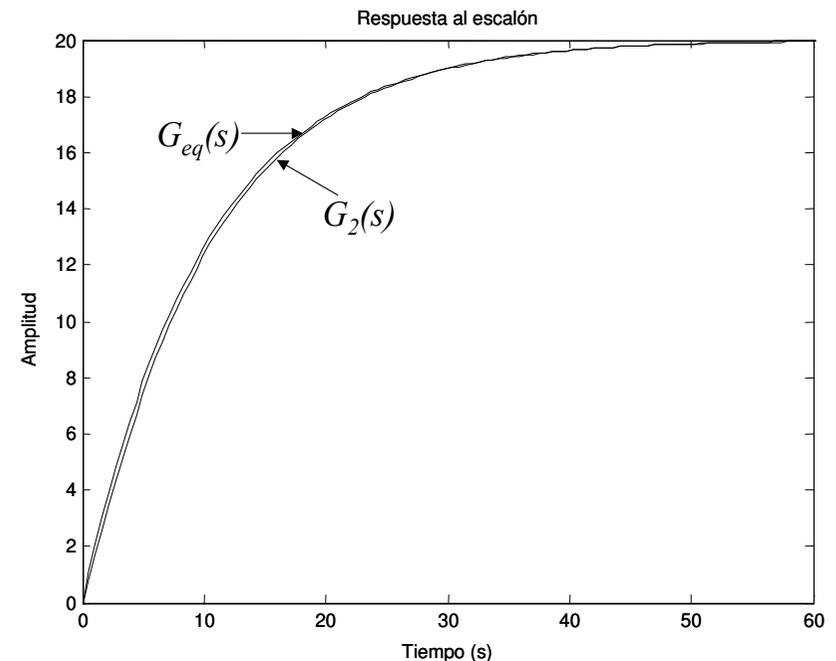
- ▶ Dibujar la respuesta aproximada al escalón unitario de estos dos sistemas

$$G_1(s) = \frac{3(s+5)}{(s^2 + 2s + 5)(s+3)} \quad G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2 + 20s + 15)}$$

- ▶ 2)
$$G_2(s) = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s^2 + 20s + 15)} = \frac{30(s+1)}{(s+0.1)(s+19.22)(s+0.78)}$$

$$G_{eq}(s) = \frac{k}{s+0.1} \Rightarrow Y_{eq}(0) = \frac{k}{0.1} = \frac{30}{0.1 \cdot 19.22 \cdot 0.78} = 20 \Rightarrow G_{eq} = \frac{2}{s+0.1}$$

$$t_s = 3 \cdot 10 = 30s$$



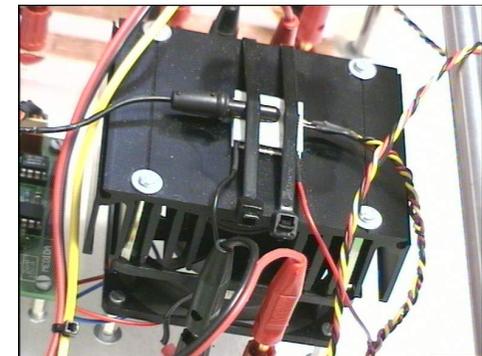
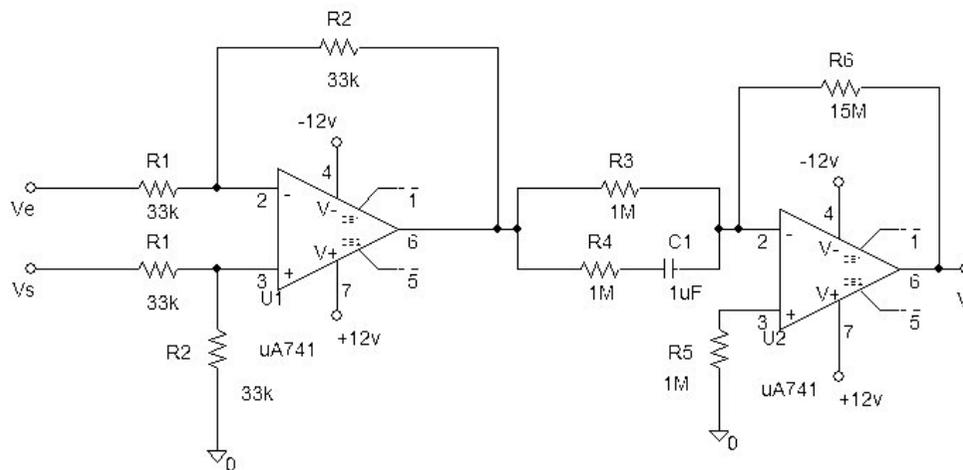
Examen de primer parcial

El control de temperatura de una célula Peltier es realizado mediante un sistema de realimentación unitaria. La planta Peltier es modelada mediante la siguiente función de transferencia:

$$\frac{v_s(s)}{v_r(s)} = \frac{0.045}{(s + 0.525)(s + 0.07)}$$

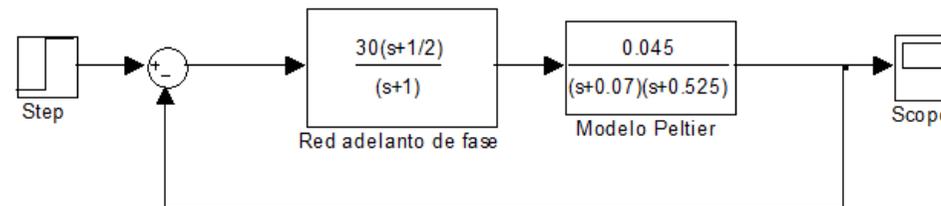
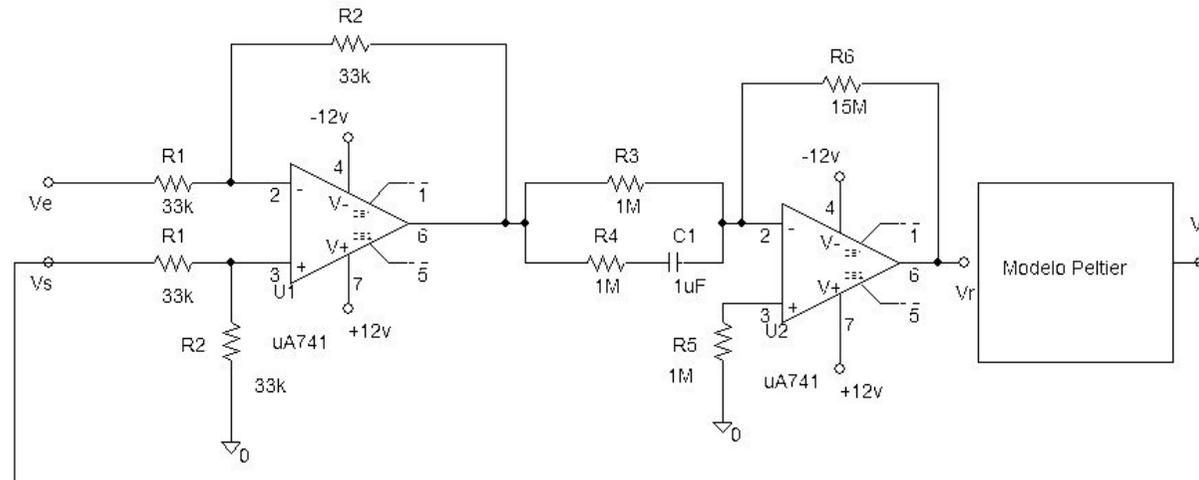
I. Dada el siguiente esquema electrónico, calcular en función de los nombres de las resistencias y condensadores y demostrar que vale para los valores dados. (4 puntos)

$$\frac{v_r(s)}{u_e(s) - u_s(s)} = 15 \frac{1 + 2s}{1 + 1s}$$



Examen de primer parcial

2. Diagrama de bloques del sistema de control y función de transferencia de la cadena cerrada. (3 puntos)



$$\frac{u_s(s)}{u_e(s)} = \frac{15 \frac{1+2s}{1+s} \frac{0.045}{(s+0.07)(s+0.525)}}{1+15 \frac{1+2s}{1+s} \frac{0.045}{(s+0.07)(s+0.525)}} = \frac{1.35(s+0.5)}{s^3 + 1.595s^2 + 1.98s + 0.712}$$

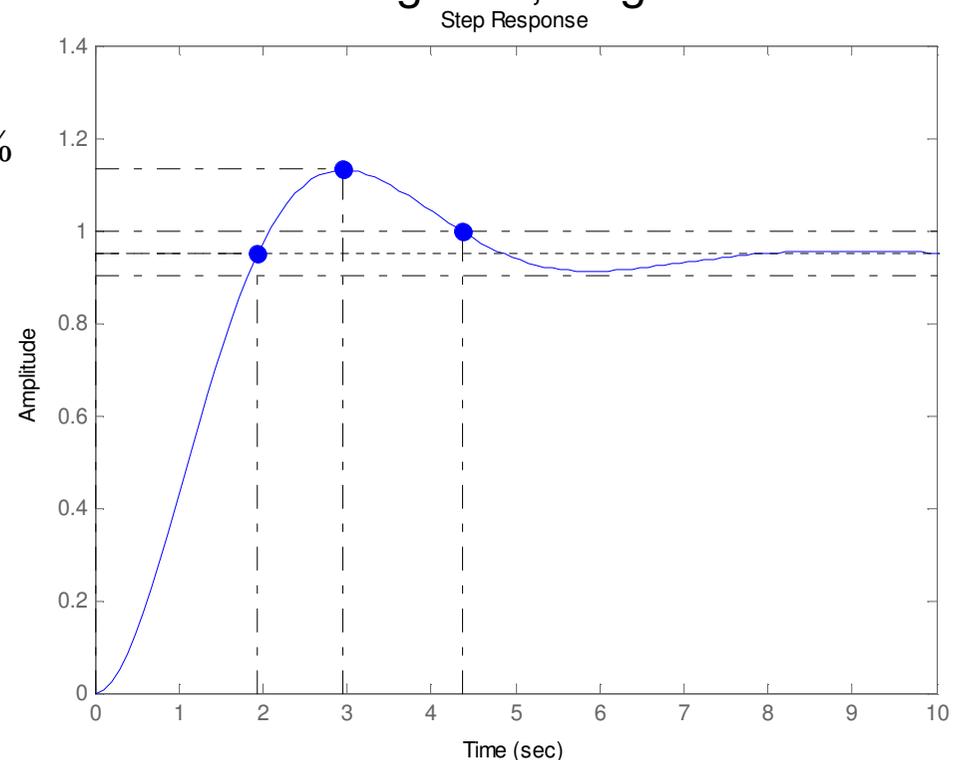
Examen de primer parcial

3. Respuesta temporal ante una entrada en escalón unitario. Utilice el equivalente reducido, sabiendo que el sistema tiene un polo en cadena cerrada en -0.495 . Indicar sobre la gráfica el tiempo de establecimiento, el tiempo de subida, el tiempo de pico y la sobreoscilación. (3 puntos)

$$\frac{u_s(s)}{u_e(s)} = \frac{1.35(s + 0.5)}{s^3 + 1.595s^2 + 1.98s + 0.712} = \frac{1.35(s + 0.5)}{(s + 0.496)(s^2 + 1.1s + 1.437)} \cong \frac{1.36}{s^2 + 1.1s + 1.437}$$

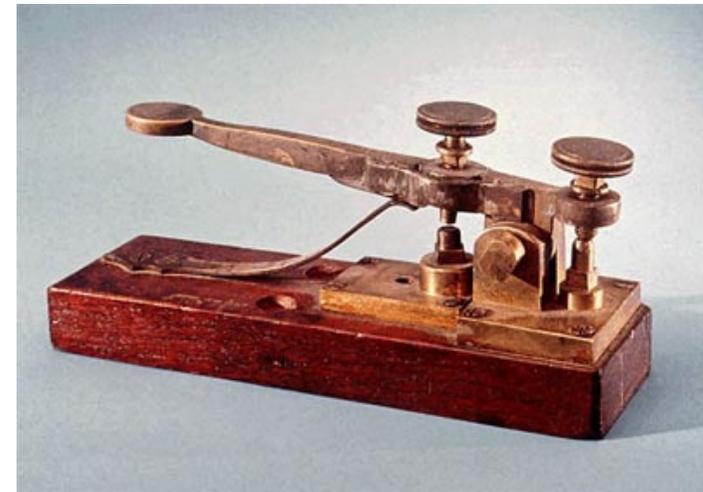
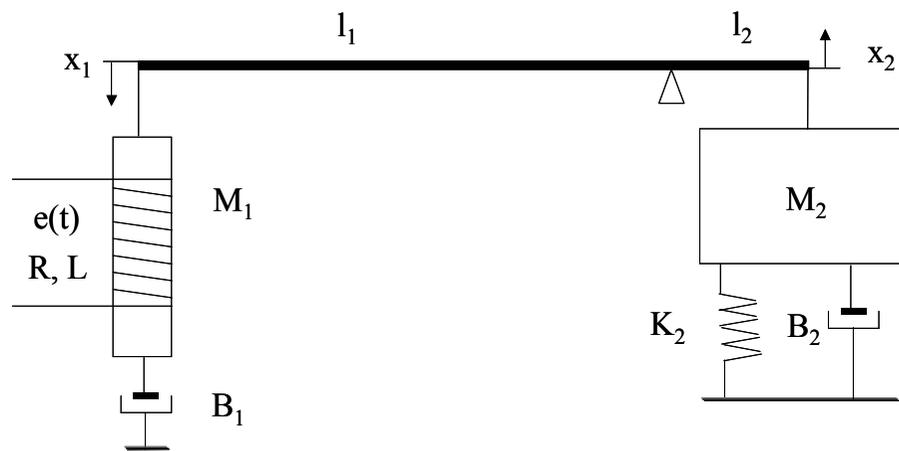
Los polos son $-0.55 \pm j1.065$. El sistema es sub-amortiguado, luego los valores de los puntos característicos son:

$$t_s = 5.7s \quad t_p = 2.9s \quad t_r = 1.9s \quad M_p = 19.6\%$$



Problema 2: Dinámica de un telégrafo

- ▶ La figura muestra el modelo simplificado de un telégrafo. Ante la recepción de un pulso eléctrico se produce una fuerza magnética proporcional a la corriente de su bobina, originando un desplazamiento en la palanca que provoca el movimiento de la masa del martillo, el cual choca contra una campana, produciendo una onda sonora. Se pide:
 1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele la dinámica del telégrafo.
 2. Diagrama a bloques y función de transferencia entre el efecto, $x_2(s)$, y la causa, $e(s)$.



Problema 2: Dinámica de un telégrafo

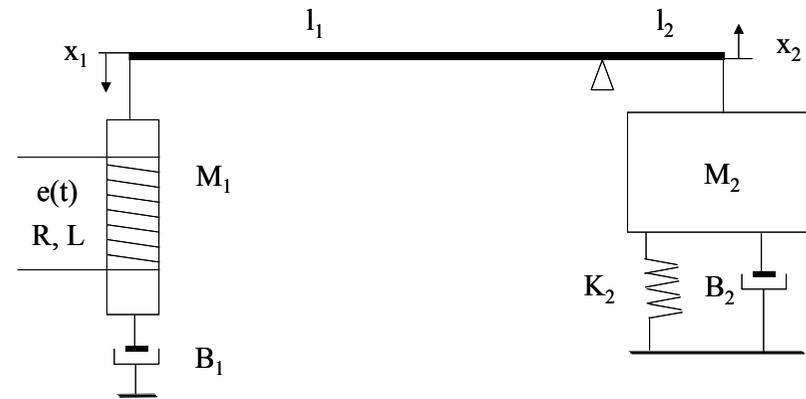
- Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que modele la dinámica del telégrafo.

$$e(t) = Ri(t) + Li'(t); \quad f(t) = k_p i(t)$$

$$f(t) + M_1 g = M_1 \ddot{x}_1(t) + B_1 \dot{x}_1(t) + f_{r1}(t);$$

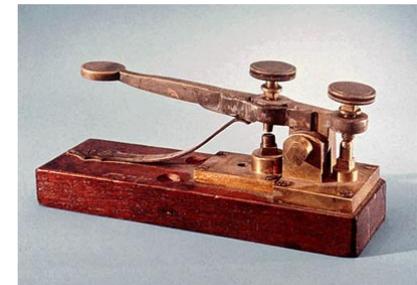
$$f_{r2}(t) = M_2 g + M_2 \ddot{x}_2(t) + B_2 \dot{x}_2(t) + k_2 x_2(t)$$

$$f_{r1}(t) l_1 = f_{r2}(t) l_2; \quad \frac{x_1(t)}{l_1} \cong \frac{x_2(t)}{l_2}$$



- Diagrama a bloques y función de transferencia entre el efecto, $x_2(s)$, y la causa, $e(s)$.

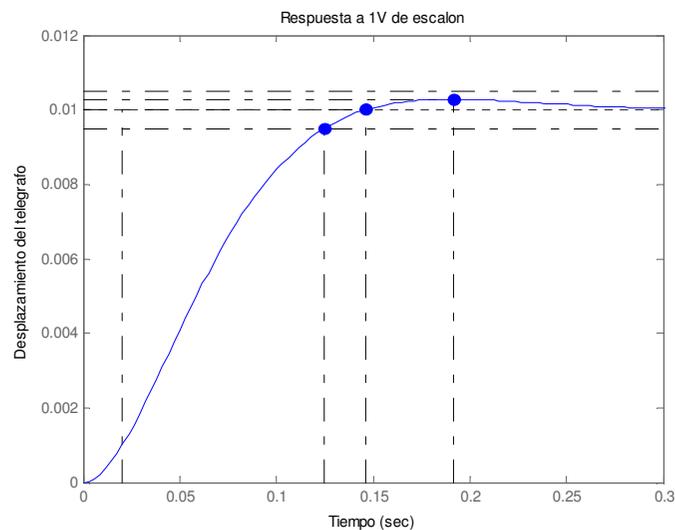
$$\frac{\Delta x_2(s)}{\Delta e(s)} = \frac{k_p}{(R + sL) \left(\left(M_1 \frac{l_1}{l_2} + M_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s^2 + \left(B_1 \frac{l_1}{l_2} + B_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s + k_2 \frac{l_2}{l_1} \right)}$$



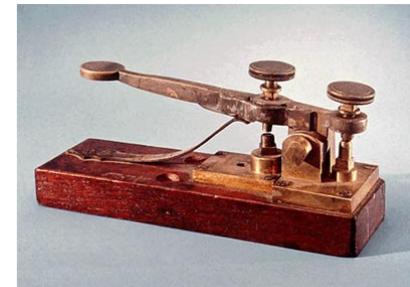
Problema 2: Dinámica de un telégrafo

Modelo equivalente reducido

$$\frac{\Delta x_2(s)}{\Delta e(s)} = \frac{k_p}{(R+sL) \left(\left(M_1 \frac{l_1}{l_2} + M_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s^2 + \left(B_1 \frac{l_1}{l_2} + B_2 \frac{l_2}{l_1} \right) s + k_2 \frac{l_2}{l_1} \right)} = \frac{0.4}{(10+s10^{-3})(6.4 \cdot 10^{-3} s^2 + 0.24s + 4)}$$
$$s_{1,2} = -18.7 \pm j16.53$$
$$s_3 = -10^4$$
$$\frac{x_2(s)}{e(s)} \cong \frac{0.01}{1.6 \cdot 10^{-3} s^2 + 0.06s + 1}$$



$$t_s = 0.167s \quad t_p = 0.19s \quad t_r = 0.146s \quad M_p = 6\%$$



Problema 3

- ▶ Para la traslación horizontal de una cámara de vídeo pan-tilt se ha utilizado una cinta transportadora. En el control se ha utilizado un motor de continua y una reductora. Se pide:
 1. Diagrama de bloques del sistema
 2. FDT entre la velocidad de desplazamiento del carro y la tensión en el motor.
 3. Si se le aplica una tensión de 10V al motor, determinar la evolución de la velocidad del carro, tanto gráficamente como analíticamente (aplíquese equivalente reducido).
 4. Con la señal recibida del anterior apartado, ¿Cuánto se habrá desplazado, aproximadamente, la cámara después de cinco segundos?

Datos:

Motor: Resistencia de armadura = 7.94Ω , Inductancia equivalente del flujo disperso = 1.54 mH ,
Constante del par motor = 39.3 mNm/A. , Constante de la fuerza contraelectromotriz $\Rightarrow 243 \text{ rpm/V}$, Momento de inercia del rotor = 26.6 gr cm^2

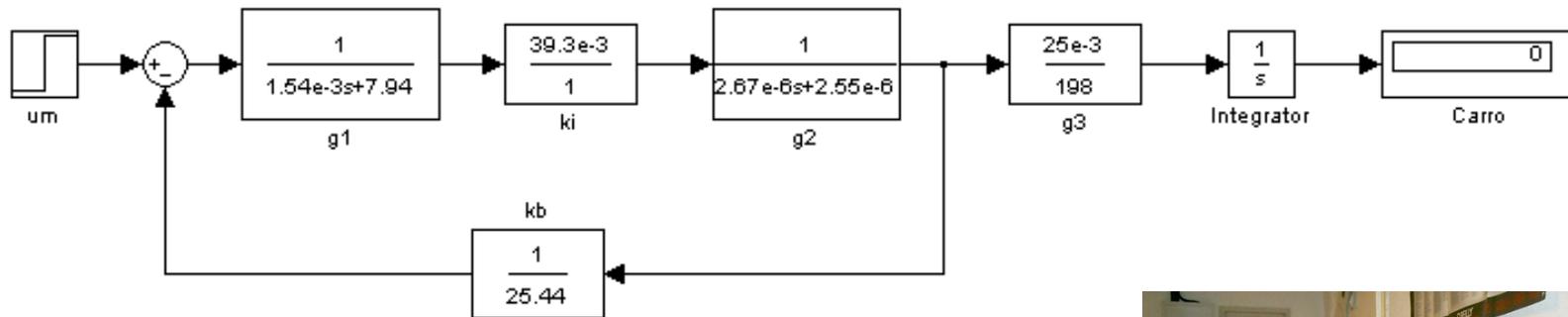
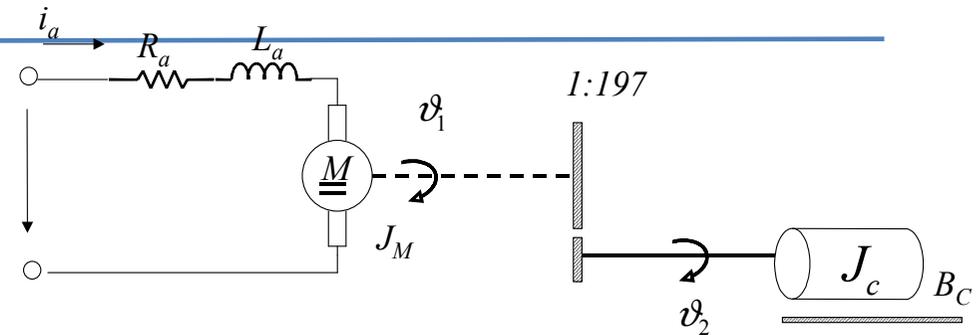
Tren de engranajes: relación de transmisión = $1:198$

Cinta transportadora: Radio de las poleas = 25 mm ,
Peso de la cámara = 1200 gr . Rozamiento viscoso equivalente de las poleas = $10^{-1} \text{ N.m.s/rad}$



Problema 3

▶ Diagrama a bloques



$$\frac{\dot{x}(s)}{u_m(s)} = \frac{4.96 \cdot 10^{-6}}{4.96 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 2.11 \cdot 10^{-5} \cdot s + 1.56 \cdot 10^{-3}} = \frac{1211.33}{(s + 5082)(s + 75.17)}$$

$$\frac{\dot{x}(s)}{u_m(s)} \approx \frac{0.238}{(s + 75.17)} = \frac{3.2 \cdot 10^{-3}}{(0.013s + 1)}$$



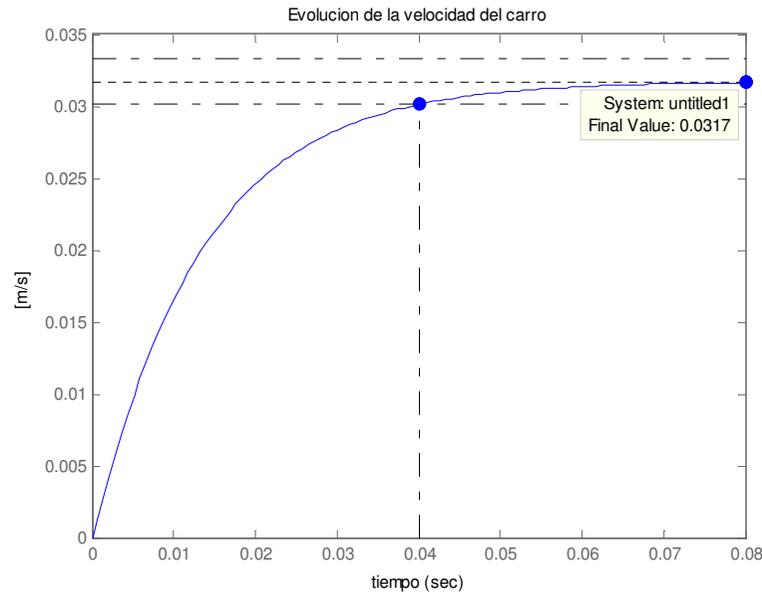
Problema 3

3. El equivalente reducido queda: $\frac{\dot{x}(s)}{u_m(s)} \approx \frac{0.238}{(s + 75.17)}$

Ante una entrada de 10V, la velocidad de desplazamiento de carro sigue la expresión analítica de:

$$\dot{x}(t) = 0.0317(1 - e^{-75.17t})$$

Y la evolución de la velocidad del carro con el tiempo será:



4. Como se ve en la gráfica, la velocidad del carro alcanza el régimen permanente en 40 ms, por tanto, la velocidad es prácticamente constante y el espacio recorrido en 5 segundos será $0.0317[\text{m/s}] \times 5 [\text{s}] = 0.1585 [\text{m}]$.

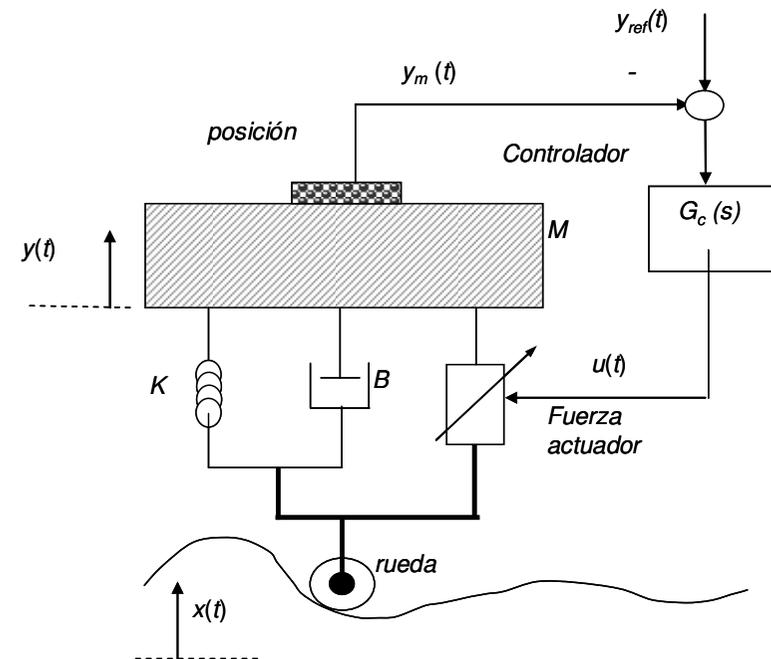
Problema 5

En la figura se muestra un sistema de suspensiones activas para un vehículo. En paralelo con el clásico amortiguador pasivo (con constante equivalente K , B), el sistema activo utiliza un actuador hidroneumático, controlado a partir de la medida captada por la posición de la cabina. La fuerza del actuador es proporcional, k_a , a la tensión recibida en la electroválvula, $u(t)$. La señal muestreada de posición, y_m , sigue con ganancia k_m al movimiento vertical de vehículo. El compensador es de tipo proporcional. k_c . Se pide:

1. Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describe la dinámica del sistema de control.
2. Diagrama a bloques del sistema linealizado alrededor del punto de reposo.
3. Calcular la FDT , cuando la señal de mando es nula y el compensador es unitario.
4. Evolución temporal aproximada de la salida del apartado anterior ante un escalón unitario como excitación.
5. Evaluar las mejoras de la suspensión activa respecto al sistema clásico: excitar la entrada con un escalón unitario y ver la evolución temporal con la suspensión clásica y comparar los resultados con el apartado anterior.

Datos

$M = 250 \text{ kg}$, $B = 500 \text{ Ns/m}$, $K=1000\text{N/m}$, $k_a= 100 \text{ N/V}$, $k_m= 10\text{V/m}$, $k_c=1$



Problema 5

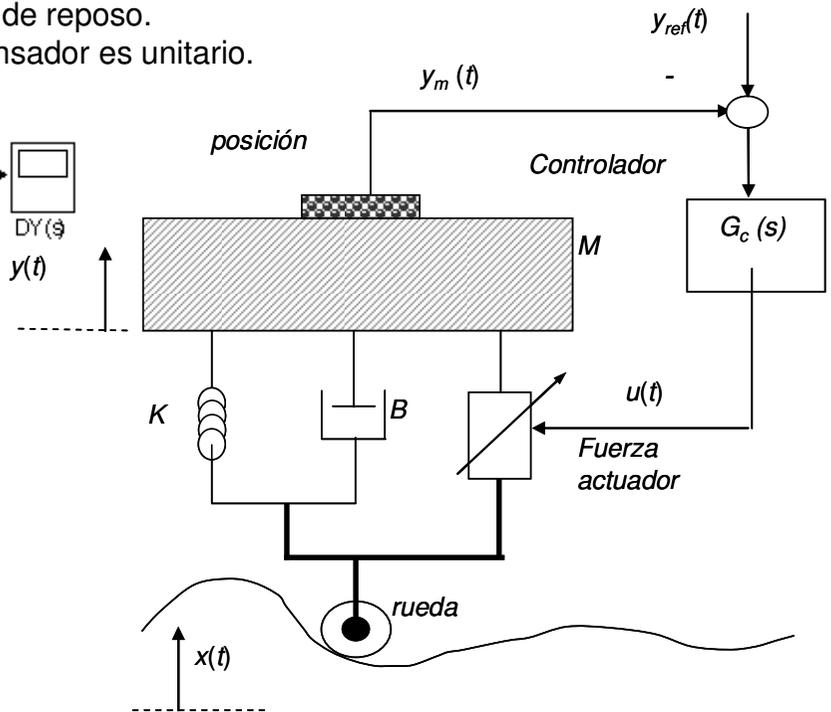
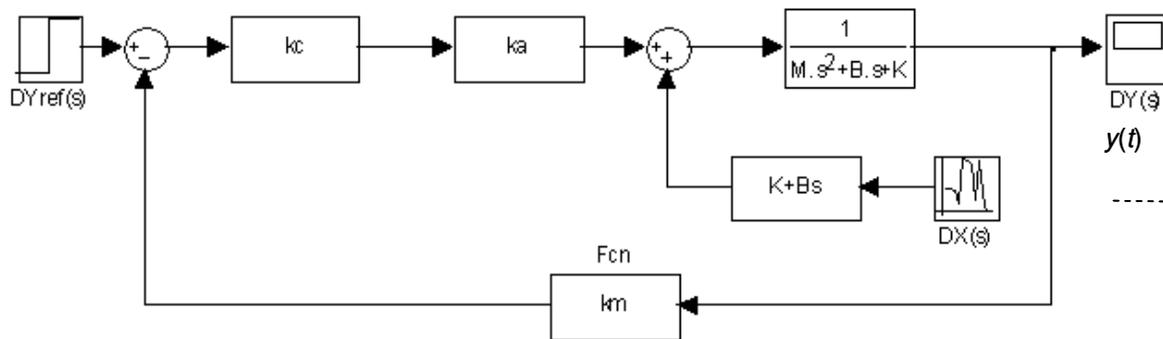
- Conjunto de ecuaciones algebro-diferenciales que describe la dinámica del sistema de control.

$$e(t) = y_{ref}(t) - y_m(t) \quad u(t) = k_c \cdot e(t) \quad f(t) = k_a \cdot u(t)$$

$$Mg + f(t) = M\ddot{y}(t) + K(y(t) - x(t)) + B(\dot{y}(t) - \dot{x}(t))$$

$$y_m(t) = k_m y(t)$$

- Diagrama a bloques del sistema linealizado alrededor del punto de reposo.
- Calcular la FDT, cuando la señal de mando es nula y el compensador es unitario.



$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 1000}$$

Sin actuador

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 2000}$$

Con actuador

Problema 5

4. Evolución temporal aproximada de la salida del apartado anterior ante un escalón unitario como excitación.
5. Evaluar las mejoras de la suspensión activa respecto al sistema clásico: excitar la entrada con un escalón unitario y ver la evolución temporal con la suspensión clásica y comparar los resultados con el apartado anterior.

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 1000}$$

Sin actuador

$$\frac{\Delta y(s)}{\Delta x(s)} = \frac{1000 + 500 \cdot s}{250 \cdot s^2 + 500 \cdot s + 2000}$$

Con actuador

$$s_{d1} = -1 \pm j1.73$$

$$s_{d1} = -1 \pm j2.65$$

$$t_p < \frac{\pi}{\omega_d} = 1.81 \text{ ó } 1.18s \quad M_p > \exp\left(-\pi \frac{\sigma}{\omega_d}\right) = 16\% \text{ ó } 31\%$$

posición

